

## Bil-simulering

I opgaven skal der laves en række numeriske øvelser der som udgangspunkt har simulering af bilkørsel. Der forekommer nogle udtryk fra fysikken, der måske ikke er alle bekendt, men opgaverne er formuleret så numeriske metoder og matlab er fokusområdet.

### 1. Functions, splines

Fagformandens automobil har en motor hvis moment er opgivet ved nogle bestemte



omdrejningshastigheder. Her gælder at til omdrejningshastighederne [1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000] RPM (rounds per minut) findes momenterne [92 108 114 125 115 103 81] Nm. Det antages at momentet er 0 ved 8000 RPM.

- Lav en matlab function med syntax  $y = \text{motormoment}(x)$  hvor  $y$  er motorens moment regnet i Nm og  $x$  er omdrejningstal regnet i rad/sek.  $x$  skal kunne antage alle reelle værdier mellem 0 og 800 rad/sek.  $y$  skal være tilnærmet ved hjælp af en kubisk spline.
- Lav en matlab function med syntax  $y = \text{motoreffekt}(x)$  hvor  $y$  er motorens effekt regnet i watt og  $x$  er omdrejningstal regnet i rad/sek. Effekt, watt, er defineret som moment, Nm, gange omdrejningstal, rad/sek.  $x$  skal kunne antage alle reelle værdier mellem 0 og 800 rad/sek.  $y$  skal være tilnærmet ved hjælp af en kubisk spline.
- Plot moment som funktion af omdrejningshastighed, effekt som funktion af omdrejningshastighed og hk som funktion af omdrejningshastighed. 1 hk er 736 watt. Der skal være tekst, legend etc på plot.
- Fagformandens automobil har også gear, hele 5 fremadgående og et bak, vi kigger kun på de fremadgående. Det gælder at omsætningsforholdet,  $N$ , mellem hastighed på motoraksel,  $\omega_{motor}$ , og hastighed på hjulaksel,  $\omega_{hjul}$ , for de 5 gear er 8.75, 5.44, 3.50, 2.72 og 2.26, hvor  $N=8.75$  er 1. gear,  $N=5.44$  andet gear etc. I opgaven regnes gearet for tabsfrit, hvilket betyder at produktet af moment,  $\tau$ , og hastighed,  $\omega$ , er det samme på begge sider af gearet. Momentet er altså altid større på hjulet end på motoren. Kraften,  $F_{motor}$ , der flytter bilen er hjulmomentet,  $\tau_{hjul}$ , divideret med hjulets radius,  $R_{hjul}$ , (Hjulradius er 0.5 gange

13 tommer = 0.163 meter). Bilens hastighed er lig med hjulhastighed gange hjulradius. Formlerne der gælder er

$$\begin{aligned}\omega_{motor} &= N\omega_{hjul} & \tau_{hjul} &= N\tau_{motor} \\ v &= R_{hjul}\omega_{hjul} & F_{motor}R_{hjul} &= \tau_{hjul}\end{aligned}$$

Lav en matlab function med syntax  $[kraft, gear] = maxkraft(v, igear)$  hvor  $kraft$  er den maksimale kraft der kan leveres i gearet  $gear$  ved hastigheden  $v$  m/s. Hvis  $igear$  udelades finder  $maxkraft$  det gear der giver størst kraft, hvis  $igear$  er mellem 1 og 5 skal  $kraft$  beregnes i det pågældende gear.

- Plot de enkelte gears maksimale kraftkurve i samme graf som funktion af bilens hastighed. Der skal være passende tekst etc på figuren.

## 2. Differentialligninger, Eulers metode, Newtons metode

Bevægelsesligningen for bilen er givet ved

$$M \frac{d(v(t))}{dt} = F_{motor}(t) - F_{bremse}(t) - F_{friktion}(t) = F_{motor}(t) - 1.272v(t)|v(t)|^{0.8} \quad (1)$$

hvor  $M = 1000$  kg er bilens masse,  $F_{bremse}$  er kraften fra evt bremsning som sættes til nul i denne del af opgaven,  $1.272v(t)|v(t)|^{0.8}$  er luftmodstand, hjulfriktion og anden friktion.

- Simuler ligning 1 med Forward Euler. Kraften,  $F_{motor}$ , skal altid være maksimal som funktion af bilens hastighed. Det tager fagformanden 0.5 sekunder at skifte gear, i dette tidsrum er  $F_{motor}$  lig med 0, dette skal medtages i simuleringen. Som tidsskridt vælges 0.1 sekund. Plot bilens hastighed som funktion af tiden, i plottet medtages på passende måde gearvalget.
- Løs samme opgave, men denne gang med Backward Euler og Newtons metode.
- I de efterfølgende spørgsmål anvendes Forward Euler. Beregn den motorkraft,  $F_{motor}$ , der er nødvendig for at holde bilen på 100 km/time. Find det højeste gear der kan levere en kraft ved 100 km/time (det mest energioptimale gear), som er større end den beregnede. Speederpositionen,  $gas$ , indføres som en faktor mellem 0 og 1, hvor 1 svarer til den maksimale kraft i det pågældende gear ved den ønskede hastighed. Lav en simulering der accelererer bilen op til 100 km/time så hurtigt som muligt og skifter til det fundne gear med den bestemte speederposition. Ligningen der nu gælder er

$$M \frac{d(v(t))}{dt} = F_{motor, max, gear, v} \cdot gas(t) - 1.272v(t)|v(t)|^{0.8} \quad (2)$$

hvor  $F_{motor, max, gear, v}$  er den maksimale kraft motoren kan levere i det valgte gear ved den valgte hastighed. Det er hvad jeres matlab-function  $maxkraft$  beregner.

- Efter 15 sekunder foretages nu en nedbremsning så hurtigt som muligt. Kraften som bremsen maksimalt kan levere er 5000 N, det betyder at ligningen nu kan

skrives som

$$M \frac{d(v(t))}{dt} = F_{motor,max,gear,v} \cdot gas(t) - 5000 \cdot sign(v(t)) \cdot bremse(t) - 1.272v(t)|v(t)|^{0.8}$$
$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t)$$

hvor *bremse* er en variabel der kan gå mellem 0 og 1, (*gas* er forhåbentlig 0 når der bremses). Funktionen *sign(x)* er 1 hvis x positiv, 0 hvis x er nul og -1 hvis x er negativ. Simuler ligningen, hvad sker der hvis du ikke har *sign* med, dvs hvis *sign* altid er 1. Simuler ligningen med *sign* funktionen, hvorfor rammer hastigheden ikke 0?

$x(t)$  er bilens position. Denne skal medtages i simuleringen, og plottes. Hvor lang er vognens bremselængde ved farten 100 km/time?

- Simuler ligning (1) vha. Runge Kutta af 4' orden, ligesom i andet underspørgsmål i opgave 2. Lav et plot med tidsskridt på 0,1 sek, hvor bilens hastighed plottes som funktion af tiden, og endvidere et plot hvor bilens sted som funktion af tiden. Slut-tidspunkt ved plottet er når bilens hastighed er nået op på 100 km/h.
- Sammenlign de anvendte numeriske metoder til løsning af differentiaalligninger. Lav et plot, hvor Backwar Euler sammenlignes med RK af 4' orden. Der laves plot både mht hastighed og sted i forhold til en tidsskridtlængde på 0,1 sek, 0,05 sek og 0,025 sek.  
Hvilken metode er den bedste, og hvilken er den dårligste forklar. Forklar.

Aflevering af opgaven.

Alle 11 underspørgsmål skal løses.

Der skal forligge en papirrapport med løsningerne til alle underspørgsmål.

Programudskrifter skal derfor foreligge på papirform.

De benyttede programmer vedlægges endvidere på en CD-rom.

Opgaven skal være underskrevet af den studerende.

Der må højst være 2 studerende om en afleveringsopgave.

Med venlig hilsen

Ulla